

Драгана Д. Глоговац*

Министарство просвете, науке и технолошког развоја,
Школска управа Нови Сад

Марина Б. Милошевић*

Универзитет у Новом Саду, Педагошки факултет, Сомбор

Бојан Д. Лазих*

Универзитет у Новом Саду, Педагошки факултет, Сомбор

МОГУЋНОСТИ ПРИМЕНЕ ИСТРАЖИВАЧКИ ЗАСНОВАНЕ НАСТАВЕ (ИН) У ПОЧЕТНОМ МАТЕМАТИЧКОМ ОБРАЗОВАЊУ

Апстракт: Савремену наставу математике треба доживети као процес који промовише учење са разумевањем, побуђује мотивацију, активно учење, истраживање, критичко промишљање, анализирање, решавање проблема, извођење закључака, размену искустава. Тенденција унапређења квалитета математичког образовања резултирала је многим студијама које упућују на бенефите наставе математике засноване на истраживању (ИН), познато под називом inquiry-based learning (IBL), препознатог као битног начина организовања наставног процеса за развијање кључних компетенција, способности и вештина у 21. веку.

Циљ рада је да се на бази свеобухватне теоријске анализе и резултата досадашњих истраживања сагледају могућности примене истраживачки заснованог учења у разредној настави математике, кроз дизајнирање модела за конкретне програмске садржаје. Креирани модел наставе математике засноване на истраживању представља користан оквир за унапређивање квалитета процеса наставе и учења математике, и оснажује учитеље у његовој примени и афирмисању, стицањем увида у начин организовања истраживачког учења.

Кључне речи: *математика, разредна настава, учење истраживањем, методички оквир.*

* beba.glogovac@gmail.com

* marinam995@gmail.com

* lazicbsaa@yahoo.com

УВОД

Последњих година образовне реформе наглашавају потребе промене у организацији и структури наставног процеса. Нова образовна парадигма наглашава компетенцијски приступ, подстицање функционалног образовања и стварање услова за развој критичког мишљења ученика (Bell, 2005; Maričić, Špijunović, Lazić, 2015; Stern, Ferraro, Mohnkeren, 2017). Потреба за преобликовањем дидактичко-методичке организације наставе подстакла је наставак различитих теорија учења које су продуковале разноврсне методе наставе. Савремена достигнућа педагогије и дидактичке теорије захтевају иновативнија организациона решења, облике, системе наставе и методе који ће наставни процес учинити интензивнијим и ефикаснијим. Притом указују на то да наставу треба конципирати тако да се и ученицима млађих разреда основне школе омогући усвајање теоријског знања и развој научног мишљења (Давыдов, 1986). Педагошка основа квалитетног научног образовања темељи се на идеји конструктивизма о конструкцији нових знања на основу сопственог искуства путем истраживачког учења при коме ученик стиче функционална знања кроз сопствена истраживања (Harlen, 2010; Hermann & Miranda, 2010).

У складу са наведеним, савремена настава математике заснована је на циљевима и исходима учења који описују знања, вештине, способности и вредносне ставове које ученик треба да усвоји на крају школовања. Савремени методички приступ настави математике имплицитно наглашава да је пожељно стварање ситуација за решавање проблема, увођење ученика у самосталан и истраживачки рад, развијање њихових способности за решавање проблема и развој њиховог стваралачког мишљења (Friedman, 2005; Chowdhury, 2017). Према ОЕЦД-у научна писменост подразумева „поседовање научних знања и њихову примену приликом препознавања научних проблема, стицања нових знања, научног објашњавања појава и извођења закључака заснованих на чињеницама” (Бауцал и Павловић Бабић, 2009, према: OECD, 2006: 6). Сходно томе, тежња треба да буде на процесу сазнања који се заснива на стварном току/методу долажења до математичких знања у науци, односно да се и најмлађи ученици правовремено уводе у област теоријских знања са циљем да им се подстакне теоријско мишљење, дедуктивни начин закључивања и развој сазнања у целини (Давыдов, 1986).

Један од најшире прихваћених приступа за успешнију реализацију циљева научног образовања је настава заснована на истраживању (*inquiry-based learning*) која се дефинише као укључивање ученика у процес активног учења, односно развоја и разумевања научних садржаја кроз постављање питања, анализу података и критичко мишљење (NRC, 1996).

Дефиниција која се најчешће цитира дата је у Националним образовним стандардима за природне науке (САД):

„Истраживачки обликовану наставу чине вишеструке активности које укључују посматрање; постављање питања; проучавање књига и других извора информација да би се видело шта је већ познато; планирање истраживања; разматрање онога што је познато у светлу експерименталних доказа, коришћења алата за скупљање, анализу и интерпретацију података; предлагање одговора, објашњења и предвиђања; и представљање резултата. Истраживачко учење захтева идентификацију претпоставки, употребу критичког и логичког мишљења и разматрање алтернативних објашњења” (NRC, 1996: 23).

Истраживачка настава (ИН) подразумева учење и поучавање засновано на разумевању начина на који ученици уче и саме природе научног истраживања, као и на правилном избору кључних научних садржаја које је потребно усвојити у циљу достизања највишег нивоа способности ученика за самостално истраживање и критичко мишљење (Bell, Smetana, Binns, 2005; Vonstetter, 1998). Притом истраживачка активност ученика обликује процес учења, применом истраживачких питања при решавању проблема повезаних са контекстом, што је битан показатељ да ученици заиста разумеју оно што уче, те да су у потпуности усвојили научне концепте. У комбинацији са формативним оцењивањем, ИН (IBL) обезбеђује услове за самостално откривање научних истина, стицање потребних вештина за решавање проблема, као и свест учесника у настави о оствареном постигнућу. Имајући у виду битне одлике и начин организације и реализације истраживачки обликоване наставе, евидентно је да она директно подстиче развијање кључних вештина потребних савременом друштву: сарадњу, комуникацију, критичко мишљење, способност решавања проблема, функционално знање, коришћење технологије (Бошњак Степановић, 2020; Harlen, 2010).

Разматрајући тенденције у унапређивању почетног учења и наставе математике и константну тежњу истраживача да се пронађу најефикаснији модели васпитно-образовног рада, који ће резултирати већим образовним постигнућима, развијенијим способностима, умењима и навикама, оправдано претпостављамо да већ на почетку математичког образовања постоје одређене педагошко-психолошке и дидактичко методичке потребе и могућности за истраживачким начином учења у почетној настави математике.

С тим у вези, наше истраживање смо усмерили ка проблему теоријског разматрања ИН у почетној настави математике у циљу сагледавања могућности примене овако обликоване наставе математике у почетном математичком образовању.

КАРАКТЕРИСТИКЕ ИСТРАЖИВАЧКЕ НАСТАВЕ

У трагању за ефикасним и рационалним образовањем, савремени приступи настави, попут истраживачког, проблемски и пројектно заснованог учења, присутни су у наставној пракси у одређеној мери низ година. Резултати многих истраживања везаних за истраживачки приступ указују на значај примене ИН, што је и импликација за увођење овако обликоване наставе у школски курикулум (Zerafa & Gatt, 2014; Schoenfeld & Kilpatrick, 2013; Chowdhury, 2017; Wu & Lin, 2015). Примена истраживачки оријентисане наставе у раду са ученицима подразумева укљученост у активности које воде до разумевања, поседовања вештина и ставова који омогућавају тражење решења док се конструишу нова знања. Добро дизајнирана истраживачка настава (ИН) ствара услове за формирање знања која се могу широко применити (Bonnstett, 1998; Gašić-Pavišić i Stanković, 2012; Pavlović Babić i Baucal, 2013; Furtak, Seidel, Iverson, Briggs, 2012).

Примена учења путем истраживања укључује неколико фактора: контекст за питања, оквир за питања, фокус за питања и различите нивое питања. Наставници подстичу ученике да сами развијају своја питања, претражују информације, развијају хипотезе и деле своја сазнања у окружењу за истраживање и учење. Притом треба да постављају питања која су отвореније и рефлексивније природе. Важне су и одговарајуће технике испитивања у истраживачкој учионици, посебно у млађим разредима основне школе, које чине основу за самоиницијативно испитивање (Greene & Renesse, 2016).

Настава заснована на истраживању наглашава улогу ученика у процесу учења где се они подстичу да истражују материјал, постављају питања и размењују идеје, а знања граде истраживањем, искуством и дискусијом. Ученици конструишу нова знања активном партиципацијом у истраживању, развијају објашњења из доказа и повезују објашњења са постојећим знањем како би се конструисала нова знања (Hermann & Miranda, 2010). Осим наведеног, овако обликована настава битно доприноси развоју математичког мишљења и закључивања (Пројекат MERIA), а остварује се непосредним истраживањем које је основа концептуалног разумевања (Jessen, Doorman, Bos, 2017; Minner, Levi & Centuri, 2010). Притом ученици треба да усвоје и да разумеју питање или проблем који је у фокусу њиховог рада и који за њих има неки смисао, да би се посветили и ангажовали у процесу истраживања. Такође, треба да овладају многим вештинама попут посматрања, постављања питања, предвиђања, дизајнирања истраживања, анализирања података и експерименталног потврђивања истинитости неке хипотезе. До разумевања неког појма ученици долазе практичним радом, промишљањем, смисленом дискусијом са другима уз вођење белешки о току урађеног. Истраживања се најчешће обављају уз сарадњу, радом у мањим групама или тимовима, да би кооперативношћу дошли до консензуса шта и како треба урадити (Maeots, Pedaste, Sarapu, 2008).

Закључак многих студија које су се бавиле наставом заснованом на истраживању (Inquiry Based Learning – IBL) јесте да се оваквим наставним приступом постижу значајни резултати када су у питању мишљење вишег реда, научна обрада и саморегулација (Justice, Rice, Warry, Laurie, 2007), као и вештине и концепти битни за целоживотно учење (Bybee, 2005; De Jong, 2006; Krugly-Smolksa & Tailor, 2004).

ИСТРАЖИВАЧКЕ АКТИВНОСТИ У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Већина ученика не сматра нарочито занимљивим апстрактне садржаје који се обрађују у оквиру програма разредне наставе математике. Притом се настава врло често своди на пасивно меморисање готових чињеница и учење процедура израчунавања без много разумевања (Boaler, 1998; De Jong, 2006). За побољшање наставе математике потребно је изградити разумевање ефикасне наставе, подржати заједничко професионално учење, дизајнирати прилагодљиво окружење за учење и обезбедити процену и вредновање наставе математике која подржава учење ученика. Ефикасна настава математике је заснована на решавању проблема и истраживању математичких појмова, изграђена на претходном математичком знању и разумевању ученика и релевантна за живот ученика, диференцирана како би се задовољиле различите потребе ученика за учењем и заснована на уверењу да сваки ученик мора да изгради своје знање и разумевање. Наставу математике треба доживети као процес, односно стваралачку делатност у којој ће ученици активно да учествују, истражују, изводе закључке, размењују искуства, мишљења и ставове, дискутују (Hattie, 2009).

С тим у вези мишљења смо да је потребно редефинисање циља научног образовања у правцу разумевања кључних идеја значајних за живот ученика у савременом друштву, где стечена знања нису циљ већ средство у процесу развоја способности примене тих знања. Математичко образовање које се заснива на истраживачкој настави подразумева поучавање и учење математике засновано на разумевању начина ђачког учења, природе истраживачког приступа и скретање пажње на основне садржаје које треба научити. Овај приступ се заснива на веровању и сигурности да ученици заиста разумеју оно што уче. Дубљи смисао овог приступа се уочава у мотивацији која потиче од задовољства да се нешто научи и разуме (Hmelo-Silver, Duncan, Chinn, 2007). Ученици уче искуствено и истраживањем при чему се стиче јасно разумевање о начину како ученик учи математику. Истраживањем се показује да је природна радозналост ученика основа којом покушавају да разумеју смисао света који их окружује, трагајући за моделима и везама искуственог учења и кроз интеракцију са другима. Ученици конструишу своје разумевање тако што користе рефлексију свог искуства (Wang, Kinzie, McGuire, Pan, 2010).

Последњих деценија постоји јасан захтев за активном улогом ученика у процесу учења, као и тежња да се истраживачки заснована настава развије и у домену математике (Artigue & Baptist, 2012). Према Грину и Ренесу (Greene & Renesse, 2016), веома је битан дизајн наставе математике и активности засноване на истраживању, питања којима се креира материјал за наставу усмерену на истраживање, проверавање и вредновање тих материјала. Ученици треба да буду оспособљени за решавање проблема уместо да само памте алгоритме, дефиниције и директно примењују стечено знање (Friedman, 2005). Ово подржавају и ПИСА и ТИМСС истраживања која су показала да ученици у Србији највише потешкоћа имају са задацима који захтевају размишљање изван *устаљених оквира* (Gašić Pavišić i Stanković, 2012; Pavlović Babić i Baucal, 2013). Поступним увођењем научног приступа путем истраживачки засноване наставе математике максимално се стимулише развој мисаоних операција/компоненти, анализе, апстракције, индукције, дедукције, генерализације и аналогije, чиме се повећава капацитет ученика за критичко промишљање (Hattie, 2009).

Резултати неких студија (GLEF, 2001; Hmelo-Silver et al., 2007) указују да примена истраживачког приступа у настави утиче на постигнућа и мотивацију ученика, те да се исходи истраживачке наставе, вештине и знања могу мерити на нивоу основне школе (Pedaste, Baucal & Reisenbuk, 2012). Утврђено је да ИН доприноси развоју креативности и самосталности ученика који постају директно одговорни за исход на крају процеса (Kuhne, 1995). Ученици који су активно учествовали у настави, показали су бољи резултат у области знања, разумевања, примене, анализе и синтезе, трајности знања, интересовања за теме, разумевања сложених идеја, развоја когнитивних вештина размишљања вишег реда, а активности на часу су чиниле математику радосном, занимљивом и ефикасном (Noreen & Khan Rana, 2019).

Неки аутори (Zerafa & Gatt, 2014; Laudano, Tortoriello, Vincenzi, 2019) се залажу да се учење истраживањем примењује као основна педагошка идеја у основним и средњим школама, као решење због неуспеха ученика на међународним истраживањима (ТИМСС и ПИСА), посебно у области научне и математичке писмености и потребе за унапређењем истих (Dorier & Garcia, 2013). Примењене истраживачке активности стимулишу код ученика развој критичког мишљења и вештина решавања проблема јер се примењују у аутентичним активностима, па истраживачки приступ учењу треба започети од најранијег узраста да би ученици напредовали у постизању аутономије и саморегулисаног учења који је основа напретка за целоживотно учење (Bybee, 2005; Krugly-Smolka & Tailor, 2004; Skoumpourdi, 2017; Wu & Lin, 2015).

Прегледом литературе може се видети да је широка научно-образовна заједница прихватила наставу засновану на истраживању као високо ефикасну методологију (Furtak et al., 2012), са јаким теоријским доказима који потврђују предности наставног приступа заснованог на истраживању (Minner, Leavy, Century, 2010; Prince & Felder, 2006; Spronken-Smith, 2008; Constantinou, Tsivitanidou, Rubska, 2018).

Ипак, приметно је да је истраживачки обликована настава математике у млађим разредима основне школе у Србији недовољно заступљена, те да су студије о овако заснованој настави математике код нас веома ретка.

Примена истраживачки обликоване почетне наставе математике, у циљу унапређења педагошке праксе, комплексан је професионални изазов за учитеље (Laurson, Nassi, Hough, 2015). При реализацији истраживачки засноване наставе математике потребно је обезбедити континуирани низ активности, при чему се може применити неколико различитих приступа: потврђивачки, структурисани, вођени, отворени или ученички усмерени. У сваком наредном нивоу руковођење етапама истраживачког учења (избор теме, постављање истраживачког питања, дефинисање хипотезе, припрема и реализација истраживања, анализа резултата и формулисање закључака) поступно прелази са наставника на ученика, у складу са развојем когнитивних способности (Colburn, 2000). Крајњи циљ је да се ученик оспособи за самостално истраживачко учење (Bell et al., 2005; Rezba, Aldridge, Rhea, 1999). При томе се у обради нових садржаја треба ослањати на постојеће искуство и знање ученика и настојати да ученици самостално откривају математичке правилности и изводе закључке. У процесу таквог начина рада основна улога наставника је да буде организатор наставног процеса, да подстиче и усмерава активност ученика. Учење засновано на истраживању усмерено је на ученике који развијају осећај радозналости за свет око себе и упознају се са научним и математичким начинима размишљања. Овај креативни концепт наставе подразумева рад ученика у тиму, подстиче вршњачко, сарадничко учење и индивидуализован приступ настави (Bell et al., 2005; Rezba et al., 1999; Hattie, 2009).

Имајући у виду бројне предности истраживачке наставе (ИН), које је препоручују испред осталих (Jessen et al., 2017; Hammerman, 2006), у циљу даљег афирмисања овако засноване наставе, мишљења смо да је потребно унапредити њену примену у разредној настави математике, кроз пружање конкретних примера за све фазе припреме и спровођења истраживања, базираних на садржајима математике. Могућности примене истраживачки засноване наставе у почетном математичком образовању су широке јер се почетни математички појмови усвајају на опажајном и сазнајном нивоу кроз игролике истраживачке радионице и различите врсте активности.

МЕТОДИЧКИ ОКВИР ИСТРАЖИВАЧКИ ЗАСНОВАНЕ НАСТАВЕ

Иако се ИН (IBL) широко користи у областима математике и природних наука, оквир се може користити у свим предметним областима (Lister, 2015). Основу истраживачке наставе представља разумевање процеса научног, истраживачког приступа у настави. С тим у вези потребно је пажљиво

сагледати оквирну структуру оваквог начина рада са етапама реализације која је веома слична начину рада који се користи у науци (Табела 1).

Табела 1. Оквир истраживачког процеса
 (Пројекат „Полен” 2011)

| Етапе | Активности | Истраживачка питања |
|--|---|--|
| УКЉУЧИВАЊЕ | ДИСКУСИЈА, ДЕБАТА УЧЕСТВОВАЊЕ | Шта могу да покушам? |
| | | Шта желим да сазнам? |
| | | Шта већ знам? |
| | | Шта је интересантно? |
| ДИЗАЈНИРАЊЕ И ВОЂЕЊЕ НАУЧНОГ ИСТРАЖИВАЊА | ПЛАН И ДИЗАЈН ФОРМУЛАЦИЈА НОВИХ ПИТАЊА | Шта је моје питање? |
| | | Како ћу то сазнати? |
| | | Шта желим да знам? |
| | | Која питања још имам? |
| ИМПЛЕМЕНТАЦИЈА | ИЗВЛАЧЕЊЕ ПРЕЛИМИНАРНИХ РЕЗУЛТАТА ОРГАНИЗОВАЊЕ И АНАЛИЗА ПОДАТАКА | Која нова питања би требало да поставим? |
| | | Како да их нађем? |
| | | Шта опажем? Да ли употребљавам права оруђа? |
| | | Колико детаља би требало да забележим? |
| ИЗВЛАЧЕЊЕ КРАЈЊЕГ ЗАКЉУЧКА | Шта смо сазнали на основу свих наших истраживања? Коју евиденцију имамо као потврду наших идеја? | Које захтеве могу да направим? |
| | | Коју евиденцију поседујем? Шта би још требало знати? |
| КОМУНИКАЦИЈА СА ДРУГИМА РЕФЛЕКСИЈА | Шта желим да кажем другима? Како им то рећи? Шта је битно да у то укључим? | Како организујем податке? Које моделе учачам? Које релације би могле постојати? Шта би то могло да значи? |
| | | БЕЛЕШКЕ |

У раду са ученицима овај процес почиње са етапом упознавања у којој имају могућност приближавања појави коју ће изучавати. Визуелно се може уочити (Табела 1) да представљени оквир истраживачког процеса није линеаран већ комплексан, као и да понекад захтева повратак на поједине делове, задржавање на њима или њихово изостављање. У случају да ученици не потврде неки резултат свог почетног предвиђања (хипотезе), морају преиспи-

тати своје претпоставке, вратити се на почетак свог истраживања и осмислити како да развију ново истраживање (Бошњак Степановић, 2020; De Zan, 2005; Пројекат *Полен*, 2011). Уколико се осмишљени план истраживања покаже као неадекватан, потребно је да га ученици коригују, а ако се прелиминарни закључак разликује између група, потребно је да све групе понове своја истраживања. Након што ученици реализују истраживања и када су спремни да прикупљено (научено) систематизују, тада долази до извођења закључака, најпре на нивоу групе, а затим и разреда. У зависности од природе плана и теме која се обрађује, постоји могућност да учитељ користи различите етапе из оквира. Може се десити да на једном часу није могуће укључити све етапе овог процеса. Наставна јединица или само њен део може укључити неколико истраживања пре етапе *извлачења крајњег закључка*. Један час или једна лекција не морају да укључе све етапе оквирне структуре истраживачке методе.

Како се овако обликована настава заснива на активном трагању ученика за одговором, потребно је да се осмисле продуктивна питања која подстичу и наводе ученике да се удубе у проблем и да активно промишљају и резонују. Притом би требало користити искуства ученика и њихове идеје, који су најчешће неке појаве из свакодневног живота. Наставник ове активности треба да прилагођава ученицима да би резултат био неко ново објашњење и да подржава дискусије ученика у групи која омогућава експлицитно обликовање идеја, слушање другог, дискусију и дебату о идејама и усаглашавање закључака (Бошњак Степановић, 2020). Ученици воде писмени опис урађеног ради увида у остварено и лични напредак, а белешке о истраживању укључују текст, дијаграме, цртеже, графиконе, мапе, постере и др. Осим свеске за белешке, ученици припремају документацију за презентацију и припремају извештаје, а наставник на основу њихових радова остварује увид у њихово постигнуће и начин размишљања (Пројекат *Полен*, 2011).

Имајући наведено у виду, ученике треба обучити и усмерити на прављење протокола истраживања (Бошњак Степановић, 2020; Meyer et al., 2012). Процес почиње дискусијом са целим одељењем уз настојање да се разјасни питање или проблем и одреде елементи појма који се изучава. Приликом реализације истраживања наставник објашњава како се проверавају важни елементи појединачно, како се након посматрања развија дискусија, шта и како је важно опазити и како ће сакупљати податке. Ученицима треба помоћи при анализи добијених података са циљем да се изведе валидан закључак на основу кога се формира поуздано и смислено знање. Ученици током истраживања развијају и међусобно упоређују закључке, а затим конструишу нова разумевања, при чему не откривају нове појаве и законе (као научници) него уче оне програмске садржаје који су већ потврђени као научно сазнање. Стога је важно да свој рад суоче и упореде са оним што је познато у другим изворима. Током рада на некој наставној јединици реализује се формативно оцењивање које је средство за праћење напредовања ученика у сваком сегменту тока истраживачког учења.

СКИЦА МОДЕЛА ИСТРАЖИВАЧКИ ЗАСНОВАНЕ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ

Полазећи од теоријских поставки које истичу предности учења истраживањем, односно оквирне структуре истраживачког процеса, сажето ћемо описати скицу оперативног дела часа који може бити иницијатива и изазов истраживачима и практичарима у настави. Још једном подсећамо да процес учења које је засновано на истраживању започиње избором садржаја/теме, при чему треба размишљати о томе који појмови и појаве се изучавају, са којим идејама и искуствима улазе у реализацију, који ниво разумевања одабраних концепата очекујемо да ће ученици постићи, које резултате очекујемо, које вештине истраживања ће бити доминантне и др.

Као пример којим бисмо приказали модел наставе заснован на истраживању, одлучили смо се за наставну јединицу *Површина квадрата и коцке*. Истраживачке активности ученика би трајале два наставна часа (обрада и обнављање), са циљем да они самостално дођу до одговарајућих формула за израчунавање површине квадрата и коцке, а затим примене стечено знање при решавању реалистичних проблема.

С обзиром да ће бити примењен групни облик рада, у фази припреме и реализације истраживања обавља се договор са ученицима по групама о формулацији истраживачког проблема. Притом, свака од група ученика добија инструктивни листић. Инструкције засноване на истраживању омогућавају ученицима да развију и увежбавају вештине критичког мишљења. У складу са оним шта желе да сазнају, ученици постављају питања, проблеме или сценарије. Тако, на пример, једна од група на инструктивном листићу добија задатак да направи кутију облика квадрата у коју треба да ставе поклон – мобилни телефон, друга група добија задатак да направе картонску кутију облика коцке (са датом страном) у коју треба да стане одређен број чоколадних кексића облика коцке.

1. *Дефиниција проблема*. Проблем истраживања прве групе гласи: Спаковати поклон (мобилни телефон) у одговарајућу кутију. Проблем истраживања друге групе гласи: Како израчунати површину велике кутије и колико ће малих кексића стати у њу?

2. *Прикупљање података*. Након дефинисања проблема истраживања, ученици прикупљају податке и истражују ради проналажења решења. С обзиром на то да се ради о вођеном истраживачком учењу, ученици на инструктивном листићу добијају следећа формулисана питања како би у трагању за одговором на њих дошли до решења: Које су димензије ивица тог квадрата (дужина, ширина, висина)? Колико је потребно картона да се она направи (укупна површина картона потребна да се направи кутија)?

Материјал који је ученицима потребан је картон, свеска, маказе, лењир и лепак. У наставку, ученици прикупљају податке, бележе идеје, скице. Свака група ученика добија модел квадрата или коцке у виду кутије од чаја, кекса и сл., растављају кутије да би уочили саставне делове – мрежу модела и утврдили њихов број, цртају мрежу квадрата/коцке, режу маказама кутије по ивицама, упоређују изрезане површи модела/кутије, разматрају међусобни однос и израчунавање површине сваког изрезаног појединачног дела/површи и на тај начин сагледавају на који начин могу да израчунају укупну површину коју заузима квадрат/коцка.

3. *Формулација хипотеза.* Ученици врше анализу прикупљених података и постављају хипотезе које треба да потврде или одбаце након утврђивања чињеница и резултата практичног истраживачког рада. За утврђени проблем истраживања дефинишу се следеће могуће хипотезе:

X1: Површина квадрата једнака је збиру површина 6 правоугаоника – 3 пара (правоугаоника) једнаких наспрамних страна.

X2: Површину квадрата можемо израчунати ако знамо дужину једне његове ивице.

X3: Површина коцке је једнака збиру површина 6 једнаких квадрата модела који смо добили.

4. *Припрема и реализација истраживања.* Фаза разговора са ученицима о проблему, о томе шта се жели сазнати и договори о потребном материјалу за рад.

5. *Експеримент – Тестирање хипотезе.* У следећој фази се тестирају хипотезе, односно следи рад на експерименту.

Пример:

Направите кутију облика квадрата у коју треба да се смести поклон – мобилни телефон. Које су димензије ивица тог квадрата и колико је потребно картона да се кутија направи? Измерите, исеците, залепите и практично проверите да ли може стати мобилни телефон у нову кутију коју сте направили. Затим, на основу података до којих сте дошли практичном активношћу, као и раније познатих података, односно предзнања, проверите тачност постављених хипотеза.

На основу прикупљених података о особинама геометријских тела, утврђивањем укупног броја страна/саставних делова конкретног модела геометријског тела, анализом и упоређивањем површи саставних делова/геометријских фигура, које представљају стране геометријских тела, ученици разматрају поступак израчунавања површине сваког појединачног дела/површи. Затим врше синтезу, спајањем саставних делова тела у целину и

сагледавањем укупне површине геометријског тела, тестирају сваку од постављених хипотеза, упоређујући их са претходно добијеним подацима на основу практичног истраживачког рада. Анализа резултата изискује појачан интелектуални напор и захтева излиставање прикупљених чињеница и правилно тумачење података ради проверавања тачности постављених хипотеза. На конкретном примеру закључујемо да су прва и трећа хипотеза тачне, а да је друга нетачна.

6. *Закључак.* На бази података добијених експериментом ученици закључују која је хипотеза тачна, а коју треба одбацити. Овде је важна међусобна комуникација група о резултатима истраживања, кооперативност, рефлексивност, дискусија, анализирање бележака и постављање импликација за даља истраживања.

Приликом формулисања закључака потребно је сагледати резултате истраживања свих група ради упоређивања са већ доказаним научним чињеницама. Закључак до ког је дошла једна група представљен је на следећи начин:

• *Како се квадар састоји од шест правоугаоника, где су два наспрамна подударна/једнака (три различита пара правоугаоника), где површина појединачног различитог правоугаоника износи $P1 = a \cdot b$, $P2 = a \cdot c$, $P3 = b \cdot c$, површину квадра израчунавамо сабирањем површина свих шест правоугаоника.*

$$P = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

• *Како се коцка састоји од шест подударних квадрата, где је површина једног квадрата $a \cdot a$, онда је површина коцке једнака збиру површина шест квадрата из којих се она састоји.*

$$P = 6 \cdot (a \cdot a)$$

Аналогно фазама рада једне групе ученика, друге групе су радиле на свом задатку и на исти начин представиле резултате добијене активностима заснованим на истраживању.

Описани дизајн оперативног дела истраживачки обликованог часа, усклађен је са оквирном структуром истраживачког процеса (Табела 1), пратећи њене етапе и активности, односно аналогно са истраживачким питањима која су прилагођена конкретној теми и циљу часа. Нацрте могућих објашњења треба анализирати и у контексту подстицања на даља истраживања *отварањем* нових питања, чија сазнања могу послужити као припрема за даље изучавање ових садржаја на вишем нивоу образовања не само у оквиру математике већ и шире, интердисциплинарно. Суштински циљ оваквог приступа програмским садржајима јесте подстицање и провокација промишљања ученика за поједине научне појмове, тумачења и могућа решења проблема.

Креирани модел наставе математике засноване на истраживачким активностима ученика може да послужи као користан оквир за унапређивање квалитета процеса наставе и учења математике, односно као подршка учитељима у примени и афирмисању ИН, стицањем потпунијег увида у начин организовања и реализације овако обликоване наставе.

ДИСКУСИЈА

Организација математичких активности заснованих на истраживању је комплексан процес који од наставника захтева време, труд и дубоко знање о оваквом начину рада са циљем да се код ученика развију разне вештине и способности, као и способности њиховог активног укључивања у сопствено учење и конструисање математичких концепата и идеја, односно поседовање адекватних компетенција наставника за ИН (Harlen, 2013).

Циљ овог рада био је да се сагледају могућности примене ИН у разредној настави математике уз понуђени методички оквир за примену у наставној пракси. У оквиру ове теме, проистекле након теоријске анализе научних радова, као и разумевања потребе савремене наставе математике, дефинисани су основни појмови и карактеристике учења заснованог на истраживању, то јест улога, значај и предности ИН (IBL) у почетној настави математике, представљен је методички оквир и етапе истраживачки засноване наставе са скицом модела припреме за примену у пракси.

Учење засновано на истраживању промовише се у многим студијама као облик ефикасне наставе за постизање исхода учења (Bybee, 2005; Justice, Rice, Varri, Laurie, 2007; Krugly-Smolka & Taylor, 2004; Skoumpourdi, 2017; Chowdhury, 2017). Концепт овог педагошког приступа, последњих година је промовисан у математичком образовању због свог потенцијала да доведе до разумевања, компетенција и ставова који су потребни свима у савременом друштву заснованом на технологији.

Анализом бројне литературе уочавају се предности учења истраживањем, као што су развој критичког размишљања, решавања проблема, прилагодљивост, сналажљивост, иницијатива, предузетништво, ефикасна усмена и писмена комуникација, приступ и анализа информација, повећана мотивација, самопоуздање, самоефикасност, радозналост, креативност и друго (Gašić Pavišić i Stanković, 2012; Justice et al., 2007). Ученици истражују, решавају проблеме и изводе закључке о појавама из стварног света. Суштина учења истраживањем је на концептуалном разумевању, критичком размишљању, продубљеном учењу са разумевањем и функционалном знању (Stern, Ferraro, Mohnkern, 2017), односно достизању највишег нивоа позитивног трансфера учења (Fisher, Frey, Hattie, 2016). При томе, овакав начин активног учења код ученика ствара осећај задовољства при самосталном трагању за решењем и

подстиче радозналост и интересовање за истраживање света који га окружује (Harlen, 2013).

Бројни емпиријски докази из различитих студија говоре о ефикасности наставе математике засноване на истраживању (Bell et al., 2005; Rezba et al., 1999). При томе се вођено истраживање показало као најефикаснији начин обликовања истраживачке наставе (Lazonder & Harmsen, 2016). У том правцу, за математичку писменост важно је истраживање различитих проблема јер су ученици у прилици да врше прорачуне и користе математичке алате у контексту, расуђују, разјашњавају, оправдавају закључке и анализирају ситуације (Friedman, 2005). Предуслов за успешно учење истраживањем и развијање математичке писмености које треба да имамо у виду је претходно искуство у групном и самосталном раду, различити когнитивни стилови, као и способност саморегулације.

ЗАКЉУЧАК

Савремена концепција и пракса образовања и васпитања помера тежиште рада са наставних садржаја на исходе учења, односно на процес учења и резултате наставног рада. Стицање математичких знања треба да буде осмишљено тако да ученик заузима централно место у наставном раду и има активну улогу у процесу стицања знања, вештина и навика, а чији је циљ да стечена знања ученик уме да примени у практичним ситуацијама и свакодневном животу.

Резултати досадашњих истраживања истраживачки засноване наставе математике, као и актуелно стање у школама, наводе нас на закључак да је за већу заступљеност истраживачког модела рада као и његово афирмисање, потребно унапредити примену ИН (IBL) кроз пружање теоријских основа, али и конкретних модела и алата за све фазе њихове припреме и спровођења, са доста скица и идеја базираних на садржајима математике, који би учитељима могли да послуже као добра оријентација. Описани методички оквир са скицом модела истраживачки обликованог (дво)часовне математике, оправдано претпостављамо, треба да послужи као подстицај и идеја учитељима за даљу примену истраживачки засноване наставе, у циљу унапређења наставне праксе.

Литература

- Artigue, M. & Baptist, P. (2012). *Inquiry in Mathematics Education*. Bruxelles: European Commission.
- Bell, R. L., Smetana, L. & Binns, I. (2005). Simplifying Inquiry Instruction. *National Science Teacher Association*, October 2005, 30–33.

- Boaler, J. (2000). Exploring Situated Insights Into Research and Learning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 113–119.
- Bonnsteter, R. J. (1998). Inquiry: Learning From the Past With an Eye on the Future. *Electronic Journal of Science Education*, 3(1).
- Bybee, R. W. (2005). Science curriculum reform in the United States. National Academy of Sciences. In R. W. Bybee & J. D. McInerney (eds.) (1995). *Redesigning the science curriculum*. Colorado Springs, Colorado. (Reprint). <http://www.nas.edu/rise/backg3a.htm>.
- Бауцал, А. и Павловић Бабић, Д. (2009). *Квалитет и праведност образовања у Србији: образовне шансе сиромашних. Анализа података PISA 2003 и 2006*. Београд: Министарство просвете Републике Србије – Институт за психологију
- Бошњак Степановић, М. (2020). *Примена истраживачке методе при реализацији физичких садржаја у предшколском образовању и разредној настави*. Сомбор: Педагошки факултет.
- De Zan, I. (2005). *Metodika nastave prirode i društva*. Zagreb: Školska knjiga.
- Dorier, J. L. & García, F. J. (2013). Challenges and opportunities for the implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching. *ZDM*, 45(6), 837–849.
- Gašić Pavišić, S. i Stanković, D. (2012). Образовна postignuća ученика iz Srbije u istraživanju TIMSS 2011. *Zbornik Instituta za pedagoška istraživanja*, 44(2), 243–265.
- GLEF (George Lucas Educational Foundation) (2001). Project-based learning research. Edutopia online. Retrieved October 10, 2012 from the World Wide Web http://www.glef.org/php/article.php?id=Art_887.
- Greene, M. & Renesse, C. (2016). A Path to Designing Inquiry Activities in Mathematics, *PRIMUS*, 27(7), 646–668.
- Давыдов, В. В. (1986). *Проблемы развивающего обучения: опыт теоретического и экспериментального психологического исследования* [Problems of developmental teaching: conception of theoretical and experimental psychological study]. Москва: Педагогика.
- Zerafa, I. & Gatt, S. (2014). *Implementing a science curriculum reflecting an inquiry-based approach in the Upper Primary years*. Published, Political Science.
- Jessen, B., Doorman, M. & Bos, R. (2017). *Praktični meria vodič za istraživački usmjerenu nastavu matematike*, Projekt MERIA, www.meria-project.eu.
- Justice, C., Rice, J. Warry, W. & Laurie, I. (2007). Taking an “Inquiry” course makes a difference: A comparative analysis of student learning. *Journal on Excellence in College Teaching*, 18(1), 57–77.
- Kuhne, B. (1995). The Barkestorp project: Investigating school library use. *School Libraries Worldwide*, 1(1), 13–27.
- Krugly-Smolaska, E. & Taylor, P. C. (eds.) (2004). Inquiry in Science Education: International Perspectives. *Science Education*, 88(3), 397–419.

- Laudano, F., Tortoriello, S. F. & Vincenzi, G. (2019). An experience of teaching algorithms using inquiry-based learning. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(3), 344–353.
- Lazonder, A. W. & Harmsen, R. (2016). Meta-analysis of inquiry-based learning: Effects of guidance. *Review of Educational Research*, 86(3), 681–718.
- Laursen, L. S., Hassi, M. L. & Hough, S. (2015). Implementation and outcomes of inquiry-based learning in mathematics content courses for pre-service teachers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(2), 256–275.
- Lister, M. (2015). Gamification: The effect on student motivation and performance at the post-secondary level. *Issues and Trends in Educational Tehnology*, 3(2), 1–22.
- Maričić, S., Špijunović, K. & Lazić, B. (2015). The influence of Content on the Development of Students' Critical Thinking in the initial Teaching of Mathematics. *Croatian Journal of Education*, 18(1), 11–40.
- Mayer, D. Z., Kubarek-Sandor, J., Kedvesh, J., Heitzman, C., Pan, Y. & Faik, S. (2012). Eight Ways to Do Inquiry. *Science Teacher*, 79(6), 40–44.
- Minner, D. D., Levy, A. J. & Century, J. (2010). Inquirybased science instruction: What is it and does it matter? Results from a research synthesis years 1984 to 2002. *Journal of Research in Science Teaching*, 47(4), 474–496, <http://dx.doi.org/10.1002/tea.20347>.
- National Research Council (NRC) (1996). *National science education standards*. Washington, DC: National Academy Press.
- Noreen, R. & Khan Rana, A. M. (2019). Activity-Based Teaching versus Traditional Method of Teaching in Mathematics at Elementary Level. *Bulletin of Education and Research*, 41(2), 145–159.
- Prince, M. J., Felder, R. M. (2006). Inductive teaching and learning methods: Definitions, comparisons, and research bases. *Journal of Engineering Education*, 95, 123–138. DOI 10.1002/j.2168-9830.2006.tb00884.x
- Пројекат „Полен” – Дизајнирање и имплементација научног проблема у основној школи применом инквјери метода* (2011). Београд: Просветни преглед.
- Pavlović-Babić, D. i Baucal, A. (2013). *Podrži me, Inspiriši me, PISA 2012 u Srbiji: Prvi rezultati*. Beograd: Institut za psihologiju.
- Pedaste, M., Baucal, A. & Reisenbuk, E. (2021). Towards a science inquiry test in primary education: development of items and scales. *International Journal of STEM Education*, 8, 19.
- Rezba, R. J., Auldridge, T. & Rhea, L. (1998). *Teaching & learning the basic science skills*. Richmond, Va.: Dept. of Education, Office of Elementary and Middle School Instructional Services.
- Skoumpourdi, C. (2019). *Inquiry-based implementation of a mathematical activity in a kindergarten classroom*. Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 11). Netherlands, Utrecht: Utrecht University.

- Spronken-Smith, R. (2008). *Experiencing the process of knowledge creation: The nature and use of inquiry-based learning in higher education*. Dunedin, New Zealand: University of Otago.
- Stern, J., Ferraro, K. & Mohnkern, J. (2017). *Tools for teaching conceptual understanding: Designing lessons and assessments for deep learning*. Thousand Oaks, CA: Corwin.
- Schoenfeld, A. H. & Kilpatrick, J. (2013). A US perspective on the implementation of inquiry-based learning in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 45, 901–909.
- Friedman, T. (2005). *The world is flat: A brief history of the twenty-first century*. New York: Farrar, Straus and Giroux.
- Furtak, E. M., Seidel, T., Iverson, H. & Briggs, D. C. (2012). Experimental and quasi-experimental studies of inquiry-based science teaching a meta-analysis. *Review of Educational Research*, 82(3), 300–329.
- Fisher, D., Frey, N. & Hattie, J. (2016). *Visible learning for literacy grades K-12: Implementing the practices that work best to accelerate student learning*. Thousand Oaks, CA: Corwin.
- Harlen, W. (2013). Inquiry-based learning in science and mathematics. *Review of Science. Mathematics and ICT Education*, 7(2), 9–33.
- Hattie, J. (2009). *Visible Learning: A Synthesis of 800+ Meta-analyses on Achievement*. Routledge: Abingdon, <http://dx.doi.org/10.1007/s11159-011-9198-8>.
- Hermann, R. S. & Miranda, R. J. (2010). A template for open inquiry. *Science Teacher*, 77(8), 26–30.
- Hammerman, E. (2006). *8 Essentials of inquiry-based science*, K-8. California: Corwin Press.
- Hmelo-Silver, C. E., Duncan, R. & Chinn, C. A. (2007). Scaffolding and achievement in problem-based and inquiry learning: A response to Kirschner, Sweller, and Clark (2006). *Educational Psychologist*, 42(2), 99–107.
- Colburn, A. (2000). An inquiry primer. *ScienceScope*, 23(6), 42–44.
- Constantinou, C. P., Tsivitanidou, O. E. & Rybska, E. (2018). What is inquiry-based science teaching and learning? In O. E. Tsivitanidou, P. Gray, E. Rybska, L. Louca, & C. P. Constantinou (eds.): *Professional development for inquiry-based science teaching and learning* (1–23). Cham, Switzerland: Springer
- Chowdhury, R. (2017). *Inquiry Based Learning as an Instructional Strategy to Increase Student Achievement in Math and Science*. Retrieved March 28, 2021 from the World Wide Web https://members.aect.org/pdf/Proceedings/proceedings16/2016i/16_04.pdf.
- Wang, F. F., Kinzie, M. B., McGuire, P. & Pan, E. (2010). Applying Technology to Inquiry-Based Learning in Early Childhood Education. *Early Childhood Education Journal*, 37(5), 381–389.
- Wu, S. C. & Lin, F. L. (2016). Inquiry-Based Mathematics Curriculum Design for Young Children-Teaching Experiment and Reflection. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12(4), 843–860.

Dragana D. Glogovac

Ministry of Education, Science and Tehnological Development, School Administration,
Novi Sad

Marina B. Milošević

University of Novi Sad, Pedagogical Faculty, Sombor

Bojan D. Lazić

University of Novi Sad, Pedagogical Faculty, Sombor

POSSIBILITIES OF APPLICATION OF RESEARCH-BASED TEACHING (IN) IN PRIMARY MATHEMATICS EDUCATION

Summary

Modern primary education, especially mathematics, requires constant innovation of teaching practice in order to modernize, rationalize, and efficiently the teaching process. Teaching mathematics should be experienced as a process that promotes learning with understanding, stimulates motivation, active learning, research, critical thinking, analysis, problem solving, drawing conclusions, exchange of experiences. The tendency to improve the quality of mathematics education has resulted in many studies pointing to the benefits of research-based mathematics (IN) teaching, known as inquiry-based learning (IBL), recognized as an essential way of organizing the teaching process to develop key competencies, abilities and skills in 21st century. The aim of this paper is to see, based on a comprehensive theoretical analysis and the results of previous research. The created model of teaching mathematics based on research represents a useful framework for improving the quality of the process of teaching and learning mathematics, and empowers teachers in its application and affirmation, gaining insight into the way of organizing research learning.

Keywords: *mathematics, classroom teaching, inquiry-based learning, methodical framework.*